



TITLE:

2次元パターンのフラクタル的性質 (形の物理学,研究会報告)

AUTHOR(S):

山崎, 光昭; 太田, 正之輔

CITATION:

山崎, 光昭 ...[et al]. 2次元パターンのフラクタル的性質(形の物理学,研究会報告). 物性研究 1984, 42(1): 120-123

ISSUE DATE:

1984-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91295>

RIGHT:

いう問題もあるが、それはここでは省略した。

文 献

- 1) 高木隆司：日本物理学会誌 **37** (1982)20.
- 2) 奥出宗重：Nagare **9**, No.4 (1977) 1.
- 3) J.P. Christiansen & N.J. Zabusky : J. Fluid Mech. **61** (1973)219.
- 4) D.W. Moore & P.G. Saffman : J. Fluid Mech. **69** (1975)465.
- 5) W. T. Ashurst : *Turbulent Shear Flows I*. Springer-Verlag 1977, p. 402.
- 6) 高木隆司：日本流体力学会誌に投稿中。

2 次元パターンのフラクタル的性質

東北大・通研 山 崎 光 昭, 太 田 正之輔

1. Computer Simulation

Computer simulation によって得られたパターンを図1に示す。これらのパターンは、次の様な rule によって描かれたものである。

- (1) 碁盤の目を考える。
- (2) すでにぬりつぶされた目を+1, その周囲を-1, それ以外の空白の部分を○とおく。
- (3) -1の全ての目の中から, 乱数によって1つを選び出し, それを+1に変更する。同時にそのまわりの0を-1に変更する。
- (4) パラメータとしては, 先端優先率 R を用いる。すなわち, 各先端は, 各側面より R 倍伸びやすいとする。

図1は, 新たに伸びた目の中心を各ステップ毎に直線で結んだものである。

2. Fractal Dimension

このようにして得られたパターンの Fractal Dimension を測定してみる。海岸線の長さを測る要領で, パターンを長さ η の物差しで覆ったとき, 全周を覆いつくすためには $N(\eta)$ 個の物差しが必要であるとする。もし $\log N(\eta)$ と $\log \eta$ の関係が直線であらわされるならば, こ

50.00 54.00
1.00 1.00
COPY

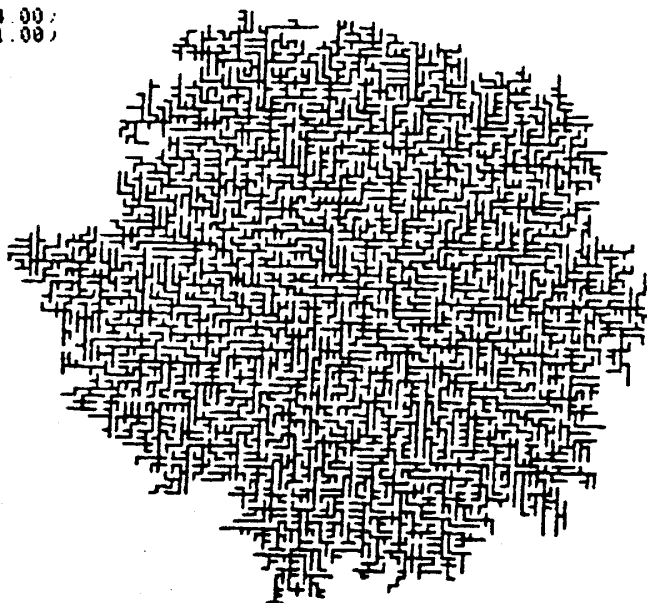


Fig. 1 (a)

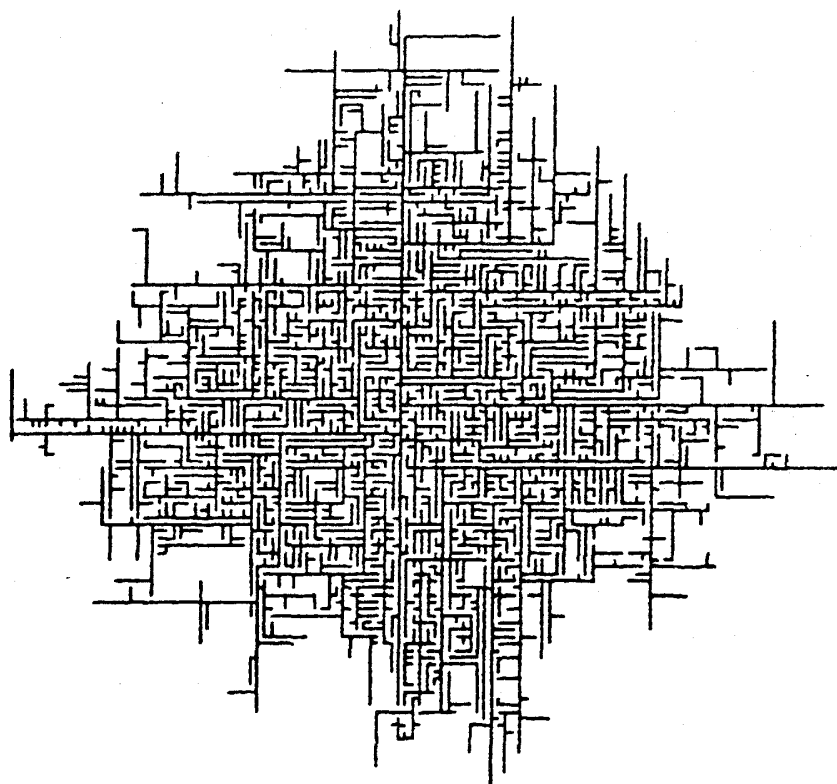


Fig. 1 (b)

の直線の傾きが Fractal Dimension を与える。この関係が直線であらわされることと、自己相似性との関連についても大変興味深い問題ではあるが、ここでは触れないことにする。

$\log N(\eta)$ と $\log \eta$ の関係をくわしく調べてみると、図2に見られるように、途中 $\eta = \eta^*$ において折れ曲りが生じていることがわかった。便宜上、 $\eta < \eta^*$ で与えられる Dimension を D_1 、 $\eta > \eta^*$ で与えられる Dimension を D_2 とする。 D_2 は、先端優先率 R 、ステップ

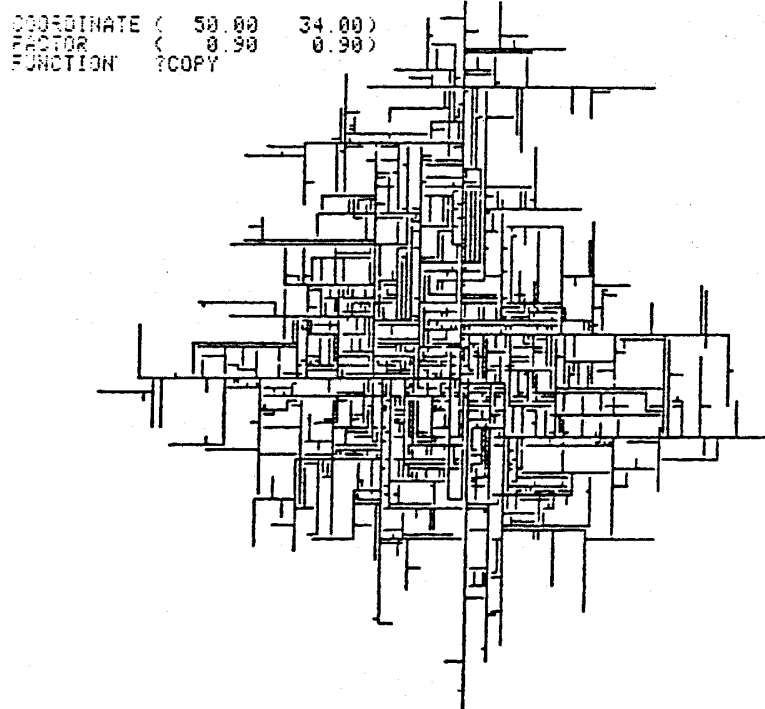


Fig. 1 (c)

数 V によらずほぼ2.0で一定である。 D_1 の R -依存性、 V -依存性を描いたものが図3、図4である。 D_1 はパターンの成長に従って振動し、またステップ数 V を固定してみると、 $R \approx 30 \sim 40$ 付近で大きく変化していることがわかる。

3. 簡単な説明

以上の結果を説明するために、次の様なModelを考える。

- (1) パターンの枝と枝とが衝突することにより、内部には多くの閉じた構造—「池」—ができる。
- (2) 「池」の平均的大きさは R によって決まり、また R の増加とともに大きくなる。
- (3) 「池」の内部に生ずる枝は、必然的に、池の外部にまでfreeに伸びることはできない。したがって、池の内と外では構造が異なる。
- (4) パターンの成長する過程で、「池」の内部を埋めようとする時間—filling period—と、

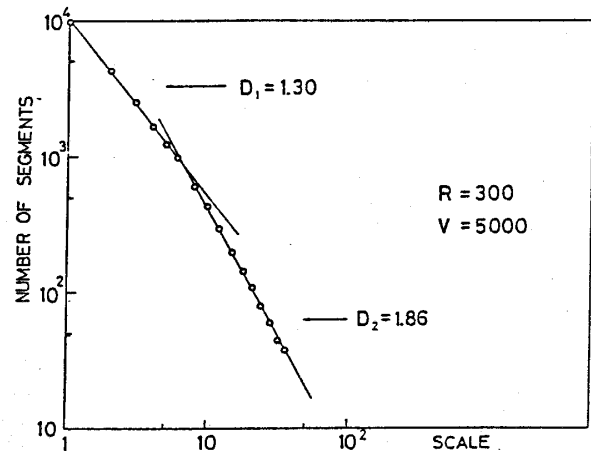


Fig. 2

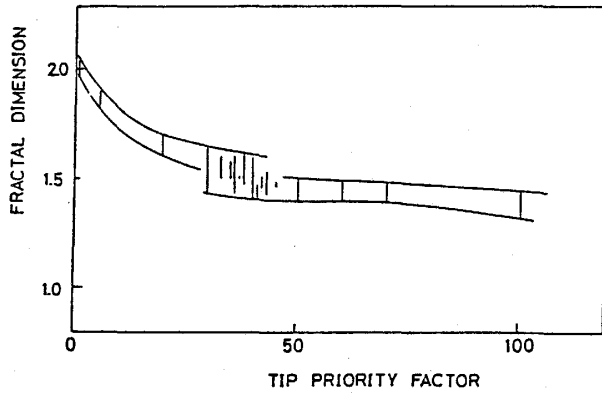


Fig. 3

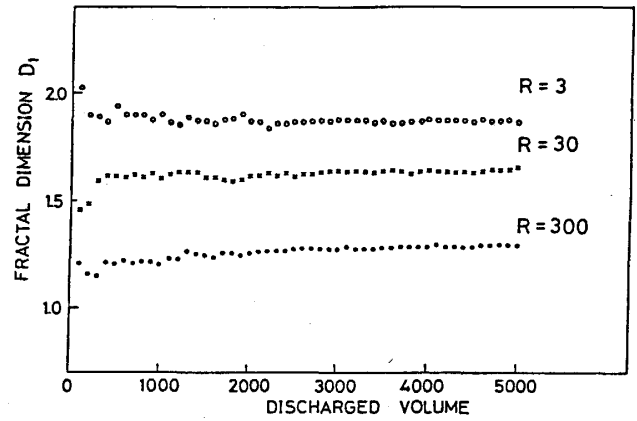


Fig. 4

外部に自由に伸びようとする時間—stretching period—が存在する。明らかに filling period においては D_1 は増加し, stretching period においては D_1 は減少する。

以上の Model によれば, 実験結果は矛盾なく説明することができる。つまり, stretching period と filling period が交互に起こることによって D_1 は振動し, 両者が拮抗するとき, 振動の幅 (図 3) は最大になる。これは $R \approx 30 \sim 40$ に対応する。

次に, $\log N(\eta) - \log \eta$ が $\eta = \eta^*$ において折れ曲りを生ずることについて考えてみる。枝と枝とが衝突することによって多くの「池」を生ずること, そして池の内部と外部では必然的に構造が異なることも前に述べた。これより, 物差しが池の内部を「見る」か「見ない」かによって Dimension が異なることが予想される。もしも η が池の平均的な大きさより小さければ, 池の内部構造を測ることができるであろうし, 大きければ, 池の内部構造は測ることができないであろう。したがって, 折れ曲りの位置 η^* は池の平均的な大きさを示すものと考えられる。図 5 の実線 l は池の一辺の長さの期待値を計算したものであり, また \circ は実際の simulation によって得られた η^* の値をあらわしている。 $R \leq 300$ ではおおよそ一致している。

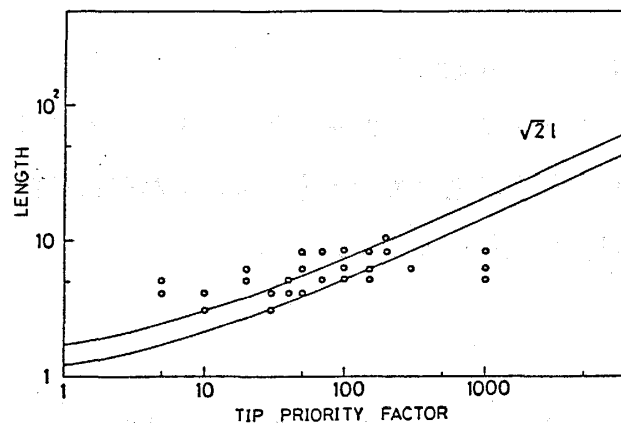


Fig. 5